

# CALCULADORAS EN EL BACHILLERATO

José Antonio Mora Sánchez y Francisco Jesús García García

## 1. La calculadora. ¿Una revolución en la matemática escolar?

La calculadora ha influido en gran medida en las matemáticas escolares de las dos últimas décadas. Puede que no hayan llegado a satisfacer las expectativas de quienes presagiaban una gran revolución, aunque los cambios producidos en los contenidos matemáticos son mucho más profundos de lo que algunos estarían dispuestos a admitir.

Al mismo ritmo que la calculadora de cuatro operaciones ha calado en las clases de matemáticas, la práctica escolar ha ido desterrando los algoritmos de lápiz y papel para los cálculos aritméticos: las divisiones largas, las multiplicaciones con números de muchas cifras y las raíces cuadradas han dejado de ser el martillo de los alumnos y alumnas de primaria. Este panorama no ha supuesto el abandono de las destrezas de cálculo, aunque sí una disminución de la atención a las de lápiz y papel. De esta forma se ha liberado el tiempo necesario para fomentar las destrezas de estimación y cálculo mental y las estrategias personales de cálculo que se retoman ahora al amparo de la calculadora. Podemos hablar de que la calculadora ha producido un desplazamiento del centro de gravedad de las matemáticas elementales: unas partes han adquirido más peso, mientras otras han visto aligerada su carga.

La calculadora científica también ha producido cambios notables -e irreversibles-, en las prácticas matemáticas. Podemos encontrar una variada colección de contenidos matemáticos que han visto alterada la atención que se les presta:

-Las tablas trigonométricas y logarítmicas han sido sustituidas por la calculadora, mucho más cómoda, rápida y precisa. Esto tiene una consecuencia no deseada en principio: la pérdida de habilidad en el manejo de tablas, que saldrá a relucir posteriormente cuando los estudiantes deban utilizar tablas estadísticas.

-Los logaritmos han dejado de tener interés como herramienta de cálculo, aunque siguen teniendo un valor conceptual muy interesante: como modelo funcional, que tiene un comportamiento característico; como transformación numérica útil para la construcción de gráficas logarítmicas o semilogarítmicas; y también como operador utilizable para la manipulación de expresiones algebraicas o para la obtención de

ciertas funciones derivadas.

Algunos temas han recogido el impulso producido por las calculadoras, éste es el caso de la Estadística. Es impensable la realización de un estudio estadístico con un mínimo interés para la clase, si los cálculos de la media y la varianza se hacen a mano. Las calculadoras permiten obtener los parámetros estadísticos sin más dificultad que la sintaxis de la introducción de datos. Su mayor importancia radica en que ayudan a centrar el trabajo en los aspectos interpretativos de la actividad estadística: el control sobre la verosimilitud de los resultados y el análisis de las consecuencias que se derivan de ellos.

En otros casos, la incidencia de las calculadoras no se ha manifestado en la medida en que se hubiese podido esperar. La existencia de la tecla RND, que genera una secuencia de números pseudoaleatorios, apenas ha influido a favor de la consideración de la simulación como el método más general, más útil y más comprensible para medir la incertidumbre. En consecuencia, la Probabilidad continúa ocupando un oscuro rincón en las matemáticas escolares.

## **2. Las matemáticas del bachillerato.**

Las matemáticas del bachillerato pueden entenderse como desarrollos más o menos tópicos alrededor de tres categorías conceptuales:

- a) La introducción de estructuras complejas de datos (números, vectores, listas, matrices,..) y el estudio de las posibilidades de representación abstracta que ofrecen.
- b) El perfeccionamiento en la utilización de los lenguajes matemáticos sofisticados (algebraico, gráfico, numérico,.. que se supone han sido introducidos en la enseñanza obligatoria) y la puesta en juego de sus posibilidades expresivas.
- c) El alumbramiento de nuevos conceptos y estrategias de pensamiento matemático que podrían ser calificadas como "avanzadas" (la derivada, la integral, la inducción, la recursión, la iteración,...) y que amplían enormemente el horizonte de los sucesos matematizables.

Estos tres ejes no se adjudican, en partes proporcionales, la responsabilidad sobre el producto acabado de las matemáticas del bachillerato. Tampoco son intercambiables ni juegan un papel similar ni simétrico. Más bien cabe entenderlos como tensiones intrínsecas cuya resultante es un "estable desequilibrio", sobre cuya órbita actúan a modo de atractores. Las situaciones degeneradas de esta dinámica (por ejemplo, la interpretación estructural que considera como condición necesaria y suficiente para el aprendizaje

la introducción de estructuras -espacio euclídeo, operador derivada,..- y sus propiedades) no están sometidas a tensión ninguna, pero su riqueza formativa -y por ende su valor en términos didácticos- es escasa.

En principio, el desequilibrio generado por las tres categorías parece que debería ser muy sensible a la presencia o ausencia de la calculadora como recurso didáctico. Por ejemplo, la efectiva utilización de la iteración, como estrategia de actuación en la resolución de problemas numéricos, depende vitalmente de la posibilidad de realizar muchos cálculos muy rápidamente.

Sin embargo -al menos de modo perceptible- las calculadoras científicas no han tenido todavía gran incidencia en algunos temas centrales del bachillerato, como puedan ser el concepto y cálculo de límites o el concepto y la resolución de ecuaciones. En ambos casos, los métodos numéricos de las calculadoras científicas podrían aportar un acercamiento más intuitivo a los conceptos y una razonable ejecutabilidad práctica de los cálculos. A pesar de ello, tanto en el caso de los límites como en el de las ecuaciones, el método de resolución más utilizado actualmente en las clases sigue basándose mayoritariamente en la manipulación de expresiones algebraicas, de las que se deducen otras más sencillas que transparentan mejor la información. Esta es una tarea grata para un experto que domina las reglas sintácticas y semánticas de dicha simplificación, pero resulta plagada de trampas para el inexperto, para quien están reservados los errores, el desánimo y el abandono.

En el caso del límite, es mucho más interesante adquirir una intuición del concepto, que cierta destreza en el cálculo mecánico de límites. Normalmente este paso conceptual se sorteaba situando el punto de partida directamente en los artificios para manipular expresiones algebraicas o, lo que es peor, se enmascara con una críptica definición epsilónica que queda fuera del alcance del principiante y actúa de factor disuasorio sobre su comprensión del concepto.

En el caso de las ecuaciones ocurre algo similar. Los algoritmos algebraicos de resolución de ecuaciones, cuyo ámbito de aplicación es muy restringido, se erigen en auténticos obstáculos conceptuales, si se abandona el terreno protegido y reducido en el que tales métodos resultan eficaces: la secuencia repetitiva de ejercicios de práctica.

La calculadora científica podría haber contribuido a suavizar la tradicional contraposición entre la comprensión del concepto y la ejecución de algoritmos que lo hacen

aplicable. Esta contraposición es común a los límites y las ecuaciones, y sus huellas se puede rastrear en múltiples apartados de las matemáticas del bachillerato.

Este esperado papel catalizador no ha funcionado, o al menos no ha funcionado tan revulsivamente como lo ha hecho la calculadora elemental con las matemáticas elementales, y no parece que sea una simple cuestión de tiempo, sino que las razones sean mucho más profundas.

### **3. El plano procedimental**

La incidencia de la calculadora en las clases de matemáticas no se puede medir únicamente por las variaciones introducidas en la atención a ciertos temas matemáticos. Habrá que analizar además la influencia que ha tenido en la forma de trabajar las matemáticas. Las calculadoras permiten:

- Prestar más atención a los resultados que a la realización de los cálculos.
- Trabajar con datos verosímiles. No es necesario ya que los trenes viajen siempre a 60 Km/h durante 4 horas. Ahora pueden ir a 128 Km/h durante 15 min.
- Conectar las matemáticas con otras ciencias y con la vida cotidiana haciendo posible el estudio de situaciones reales, que muestren y demuestren de facto la aplicabilidad de las matemáticas.
- Aproximar intuitivamente los conceptos matemáticos al estudiante. Lo que no impide, sino todo lo contrario, un acercamiento desde una óptica abstracta *en el momento adecuado*.
- Fomentar el uso de métodos de ensayo y error, así como otros basados fuertemente en la intuición y cuyo ámbito de aplicación es lo suficientemente general. De esta forma se puede conjurar la concepción de las matemáticas como una colección inacabable de fórmulas de procedencia incomprensible.

En síntesis, la calculadora -tanto la elemental como la científica-, ha tenido, y sigue teniendo, un notable efecto dinamizador sobre la enseñanza de las matemáticas, al ejercer de elemento desestabilizador sobre el currículo, propiciando que los enseñantes estén en continua revisión y actualización de lo que enseñan y de la forma en que lo hacen.

### **4. ¿Nueva herramienta o nuevo concepto?. La calculadora gráfica.**

A la situación descrita hay que añadir un elemento nuevo, la progresiva introducción en el mercado de las calculadoras gráficas, cierto es que muy lentamente hasta ahora en nuestro país, pero la clara tendencia al descenso de precios provocará el incremento de

la demanda tal y como ya ocurrió en su día con la calculadora elemental y después con la científica.

Si admitimos que la calculadora científica no es sólo una calculadora elemental mejorada -más rápida, fiable y precisa-, sino que es *esencialmente* distinta porque entra en campos nuevos y ofrece posibilidades mucho más amplias, habremos de convenir que la calculadora gráfica no es sólo una calculadora científica que dibuja funciones. La calculadora gráfica puede provocar un nuevo terremoto en la matemática escolar que derribe algunos de los edificios que habían quedado en pie tras el seísmo de la calculadora científica y que amenace con dejar en estado ruinoso barrios enteros de la matemática escolar, hasta ahora intactos.

Las novedades que aporta la calculadora gráfica posibilitan la inclusión real -y no solo nominal-, de nuevos temas en el currículo, sin gran coste. Ese sería el caso de la Regresión o de las aplicaciones de las matrices como estructura básica de representación de datos. Por otra parte, la calculadora automatiza ciertas acciones que, de otro modo, requieren algoritmos más o menos complejos y laboriosos, de alto nivel abstracto y con fuertes exigencias de destreza algebraica: confección de tablas y gráficas, obtención de raíces de una función, puntos de cortes de curvas, máximos y mínimos relativos.

Hemos seleccionado cuatro ejemplos para ilustrar las aportaciones de la calculadora gráfica a las matemáticas del bachillerato: matrices, estadística de dos variables, álgebra y estudio de funciones.

### **5. Calculadora gráfica y matrices.**

El estudio de las matrices se caracteriza por quedar relegado a los últimos cursos del Bachillerato. El esquema habitual de desarrollo consta de una introducción a bocajarro de la definición de matriz y sus operaciones en términos estrictamente algebraicos. Casi nunca se llega a la ejemplificación de las operaciones de matrices -en especial el producto de matrices y la inversa-, porque su realización consume demasiado tiempo. En la mayoría de los libros, la única aplicación de las matrices que se presenta no llega a salir del ámbito matemático: la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Más todavía, en casi todos ellos las matrices se introducen para poder representar sistemas de ecuaciones.

Este estado de cosas contrasta fuertemente con la versatilidad y la riqueza de aplicaciones verdaderamente *simples y útiles* de las matrices -como el de otros temas *modernos*: grafos, fractales, etc.-, en muchos campos:

\*Comunicación: presentación de datos en los mass-media.

\*Resolución de problemas que requieren una organización compleja de datos: gestión de tráfico en las ciudades, organización del transporte y las comunicaciones entre ciudades etc.

\*Científicos: sociología, antropología, biología, economía, gestión empresarial, etc.

\*Matemáticos: geometría, probabilidad, álgebra lineal, etc.

La calculadora gráfica permite realizar, de forma rápida, las tediosas operaciones con matrices, con lo que se puede dedicar el tiempo y el trabajo a lo realmente interesante: proporcionar a los estudiantes situaciones problemáticas que les permitan comprender los conceptos y las técnicas, a la vez que captar la amplitud de posibilidades que se abren con la matematización de las situaciones más diversas.

## **6. Calculadora gráfica y regresión.**

Del mismo modo que la calculadora científica se ha revelado de gran ayuda en la Estadística de una variable, la calculadora gráfica ofrece un servicio parecido en el estudio de la Estadística de dos variables, mediante el cálculo de coeficientes de correlación y la obtención *directa* de curvas de regresión para una suficientemente amplia familia de modelos. De esta forma hace posible, en la práctica, cierta clase de modelización matemática sofisticada.

Dada una colección de valores de dos variables, la calculadora gráfica permite investigar para obtener información sobre la eventual relación causal de una variable respecto de la otra, sobre la familia que describe más adecuadamente esa supuesta relación, y también sobre el grado de relación cuando ésta no es causal. En otros términos, la calculadora gráfica permite enfocar el problema de la regresión hacia sus aspectos formativamente más interesantes; la *toma de decisiones* sobre cuál de los modelos matemáticos de los que dispone<sup>1</sup> es el más apropiado para expresar el tipo de dependencia entre esas variables; el *análisis* interpretativo de la verosimilitud de la hipótesis, escogida conforme a la naturaleza del fenómeno de dónde provienen los datos; y la *realización de predicciones* (interpolaciones y extrapolaciones), que amplíen la información disponible en los datos de partida.

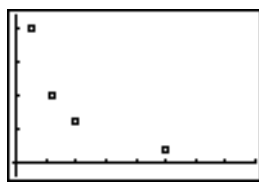
Dado un conjunto de puntos -pares de valores relacionados bajo una ley que nos es

<sup>1</sup> algunas calculadoras comercializadas disponen de varios tipos de regresión: lineal, cuadrática, cúbica, cuártica, logarítmica, exponencial y potencial.

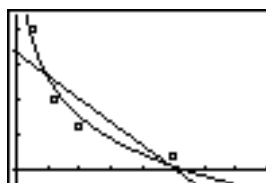
desconocida-, con la calculadora gráfica es muy sencillo obtener una colección de funciones, que dan una explicación mejor o peor de la causalidad de la relación. Veamos un ejemplo:

L1	L2	L3
50	20	-----
120	10	
200	6	
500	2	
-----		
L1(1)=50		

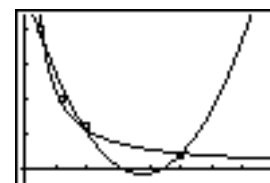
Valores obtenidos experimentalmente



Representación de los puntos



Regresiones lineal y logarítmica



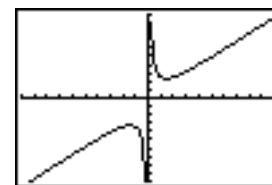
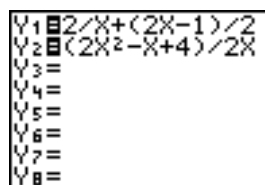
Regres. cuadrática y potencial

Para seleccionar la más adecuada al problema estudiado, ahora habría que analizar la curva que más se aproxima a los puntos dibujados. Pero tal como se ha indicado, el problema no es sólo de regresión, sino de modelización -de qué tipo es la relación establecida-. Es ahora cuando hay que traducir los requisitos que provienen de la situación analizada: quizás la función cuadrática se acerque mucho a los puntos pero, como explicación funcional, quede invalidada por la constatación de su rápido crecimiento, a partir de determinados valores. Algo parecido puede ocurrir con la regresión logarítmica, al ofrecer una función que se hace negativa a partir de un determinado valor.

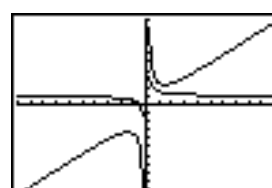
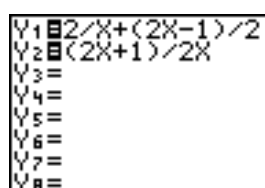
El tipo de destrezas implicadas en el análisis de las consecuencias de una determinada modelización matemática, tendrán un auge cada vez mayor conforme se abren los campos de aplicación de las matemáticas.

## 7. Calculadora gráfica y álgebra.

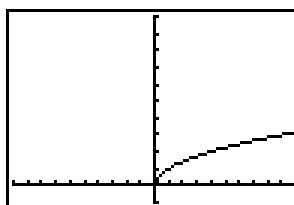
La calculadora gráfica ofrece la posibilidad de visualizar las ideas matemáticas, asociando imágenes a las representaciones algebraicas. Por ejemplo, la simplificación algebraica:  $\frac{2}{x} + \frac{(2x-1)}{2} = \frac{(2x^2-x+4)}{2x}$ , admite una comprobación, en último extremo geométrica, consistente en *observar* si la gráfica de  $y = \frac{2}{x} + \frac{(2x-1)}{2}$  es coincidente con la de la función  $y = \frac{(2x^2-x+4)}{2x}$ .



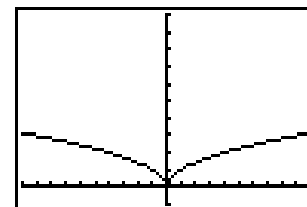
Por el contrario, el error de simplificación  $\frac{2}{x} + \frac{(2x-1)}{2} = \frac{(2x+1)}{2x}$  sería puesto de manifiesto más eficazmente observando la discrepancia de las gráficas correspondientes que reiterando mecánicamente unos cálculos que ya condujeron previamente a una conclusión falsa.



En este caso, la calculadora gráfica ha servido para comprobar un paso específico ,que proviene de aplicar las reglas de manipulación algebraica. La idea no es tanto comprobar todos los pasos que se dan, lo que resultaría tedioso e impracticable, como tener conciencia de que es posible hacerlo y saber interpretar la gráfica en consonancia con el comportamiento algebraico. Este puente interpretativo, tendido entre la *coincidencia* de dos gráficas y la *igualdad* entre dos expresiones algebraicas, dista de ser tautológico, pues pueden coexistir tanto la discrepancia gráfica con la igualdad algebraica:  $x^{(1/2)} = x^{(2/4)}$

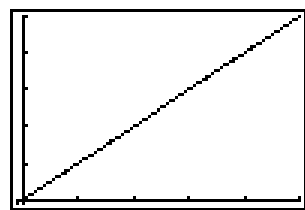


$$y = \sqrt{x}$$

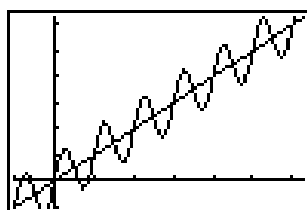


$$y = \sqrt[4]{x^2}$$

como la desigualdad algebraica con la coincidencia gráfica, que podemos ver en las gráficas de las funciones  $y=x$  e  $y=x+\text{sen}(2px)$  si las representamos en un intervalo amplio



$$0 < x < 500$$

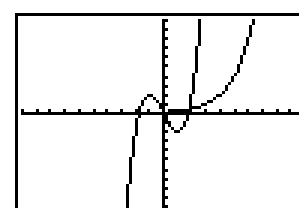


$$0 < x < 2p$$

-entre 0 y 500-. Si representamos estas mismas funciones en otro más pequeño -entre 0 y  $2p$ -, vemos que existen grandes diferencias entre sus gráficas

Tenemos un caso distinto en la resolución de ecuaciones. En la matemática escolar hay una amplia gama de métodos para resolver ecuaciones de distinta naturaleza: lineales, cuadráticas, Ruffini para ciertas polinómicas, logarítmicas, exponenciales o trigonométricas. En la práctica, el estudiante se ve impelido a concebir cada uno de estos métodos como un artificio inconexo de los demás.

La calculadora gráfica ofrece, por el contrario, unas representaciones (punto de corte entre dos o más curvas), que dejan expedita la vía para la interpretación geométrica de las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones y sus eventuales soluciones y que en sí mismas constituyen un método general de resolución. Además, permite resolver ecuaciones que no tienen cabida en los métodos escolares de resolución, por ejemplo, para resolver el sistema formado por la ecuación exponencial  $y=2^{(x-3)}$  y la polinómica  $y=x^3-3x$ , la calculadora ofrece con rapidez estos tres puntos de corte:

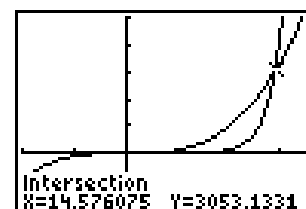


$$-10 < x < 10 \quad -10 < y < 10$$



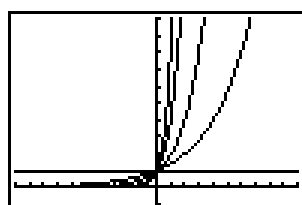
Ahora bien, el estudiante tendrá que aportar sus conocimientos sobre el comportamiento de las funciones, para encontrar otras soluciones que no aparecen en la pantalla o estar en condiciones de asegurar que no hay ninguna otra.

En el caso que nos ocupa, la función exponencial está por debajo de la polinómica a partir de un determinado valor de  $x$ . Como el crecimiento exponencial *se sabe* que es superior al polinómico, cabe esperar que esta posición relativa de las curvas se invierta, cosa que ocurre cuando representamos para valores de  $-10 < x < 20$ ,  $-1000 < y < 5000$ , y obtenemos así el cuarto punto de corte de las dos curvas.



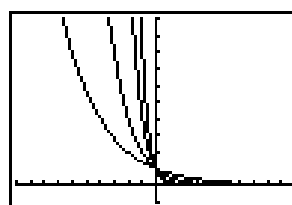
### 8. Calculadora gráfica y funciones

Entre las novedades didácticas que devienen posibles gracias a la calculadora gráfica y que están llamadas a jugar un relevante papel en el futuro próximo, podemos citar como muestra el estudio de familias o modelos funcionales. Por ejemplo, permite estudiar la gráfica de funciones de la forma  $y = a^{bx}$ : se deja un parámetro fijo y modificamos el otro para analizar en qué forma varía la gráfica, y distinguir así lo esencial de lo accesorio.



$$y = 2^{bx}$$

$$b = 0, 0.5, 1, 2, 3$$



$$y = 2^{bx}$$

$$b = -0.5, -1, -2, -3$$

La comprensión de que aquí lo esencial es la existencia de dos distintos tipos de comportamiento está vinculada estrechamente a la destreza de interpretar gráficas. Cada día resulta más patente que la formación matemática versátil, utilitaria y enriquecedora, que se requiere en el campo de las funciones, orbita no tanto en torno a la capacitación para representar gráficas, a partir de fórmulas dadas, como en la de interpretar gráficas funcionales, hayan sido estas construidas o no por el estudiante.

La actividad analítica del usuario de la calculadora gráfica tiene un punto de partida en soporte visual, y esto modifica esencialmente las líneas de comportamiento matemático, que resultan eficaces en el análisis de las situaciones funcionales.

Expresado en otros términos, la gráfica, como estructura que describe el comportamiento de una función, pasa de ser obligatoriamente el final de todo un largo y complejo

proceso de estudio, para convertirse en su inicio. Un inicio, además, ventajoso que convierte en intuitivamente comprensibles los más sofisticados conceptos que subyacen en el Análisis matemático del bachillerato.

El estudio de las funciones sin medios mecánicos obliga a utilizar un conjunto de instrumentos analíticos de gran potencia pero, por eso mismo, de gran nivel de abstracción, condenando cualquier estrategia didáctica a quedar atrapada en un círculo vicioso: para entender qué es una función se necesita crear imágenes mentales de referencia, se necesita, pues, construir gráficas; pero para construir gráficas se necesitan poderosos conocimientos de cálculo diferencial, y para ello se requiere una fuerte conocimiento abstracto del concepto de función.

La calculadora gráfica rompe elegantemente esta trampa intelectual que inconscientemente se tiende al aprendiz del cálculo, sustituyendo los protocolos tradicionales de representación gráfica:

- determinación del dominio
- estudio de la continuidad
- análisis de la primera derivada para determinar los extremos relativos, el crecimiento y decrecimiento
- análisis de la segunda derivada para determinar los puntos de inflexión, la concavidad y convexidad
- estudio de las tendencias en el infinito, asíntotas horizontales, oblicuas, ramas parabólicas

por otros de categoría muy diferente, algunos de ellos emparentados fuertemente con las capacidades interpretativas que propician y desarrollan las matemáticas:

- comprensión del sistema de codificación de fórmulas en la calculadora.
- toma de decisiones sobre:
  - qué regiones son las más relevantes para *representar*.
  - qué escala interesa en cada eje.
  - cuándo se dispone de un resultado razonable en función del problema que se desea resolver.

Algunos de los efectos que se derivan de esta alteración protocolaria son de suma importancia conceptual y didáctica. Tres de ellos merecen mención especial.

a) La gráfica de una función es una abstracción que puede visualizarse con muchos aspectos, muy diferenciados entre sí, según las escalas que se utilicen o la zona a la que interese dar relevancia. En contraste con la esencia ideal del grafo, cada representación física concreta del mismo es por definición finita, y resalta algunos aspectos o propiedades a costa de ocultar otros. No todas las representaciones gráficas son pues igualmente representativas. Más todavía, no hay una que lo sea universalmente. La representatividad de una gráfica es una propiedad *relativa* a la finalidad que se le asigne. Esta finalidad está siempre en la mente de un ser humano y no queda recogida en fórmulas, gráficas o tablas. La gráfica de una función no es un ente platónico, existente desde siempre y para siempre, que está en alguna caverna de las sombras, en la que hay que zambullirse para rescatarla al mundo material. Es, por el contrario, un constructo que se proyecta y ejecuta en cada ocasión.

b) Algo parecido ocurre con el *dominio de interés*<sup>2</sup> de la función, que no es intrínseco a la fórmula que la describe sino que, en contraposición con el dominio numérico, es un elemento añadido, proveniente del contexto en el que se utiliza o de donde proviene la función. Ni el protocolo clásico ni el de la calculadora gráfica suministran información directa sobre ese dominio, que queda fijado por intervención directa del ser humano a través de sus habilidades interpretativas. No obstante, mientras el protocolo tradicional por su carácter algorítmico tiende a ocultar esta sutil diferencia entre dominio matemático y dominio contextual, la calculadora gráfica, al obligar a decidir el dominio que debe ser representado, tiende a resaltar la distinción.

c) El tercer efecto es mucho más obvio y de mayor trascendencia. *No es estrictamente necesario* el cálculo diferencial para representar gráficas. *No es estrictamente necesario* el cálculo diferencial para analizar funciones. *No es estrictamente necesario* el cálculo diferencial para resolver problemas de optimación. Obsérvese que no se está diciendo que no sea necesario el cálculo diferencial sino que no es necesario *para* tales actividades matemáticas. Consecuentemente, la calculadora gráfica parece generar una demanda de redefinición del papel del cálculo diferencial en las matemáticas del bachillerato. Pero esa es ya otra historia que precisaría un estudio más profundo.

<sup>1</sup> Otros autores lo llaman dominio relevante, ver por ejemplo Demana y Waits (1992)

## **9. A modo de conclusión.**

Juguemos un poco a la didáctica-ficción e intentemos analizar qué consecuencias se derivan de la mecanización, que conlleva la calculadora gráfica en la resolución de ciertos tipos de problemas matemáticos, característicos del bachillerato.

Por una parte, esta posibilidad descarga en cuantía no despreciable los programas de matemáticas. Por otra parte, presenta la contrapartida de provocar una disminución del tiempo dedicado a la consolidación de las destrezas numéricas -construcción y utilización de tablas-, y algebraicas -manipulación de expresiones literales-. Quizás no haya que llevar estos planteamientos más que hasta cierto punto -como tampoco se plantea que los niños dejen de aprender la tabla de multiplicar aunque la calculadora elemental realice las multiplicaciones-, pero también hay que pensar que las destrezas necesarias habrán de cambiar: ahora necesitaremos conocer bien la forma de traducir las expresiones al lenguaje de la calculadora, lo que ya supone un interesante ejercicio en la manipulación de expresiones, y también deberemos saber interpretar los datos más relevantes que podemos extraer de la gráfica de una función.

La calculadora científica construye un entorno numérico en el que no todas las especies matemáticas han sobrevivido: unas se han extinguido, otras han tenido que adaptarse, otras, en cambio, han permanecido inalteradas. La calculadora gráfica introduce una nueva modificación en el ecosistema: en un entorno gráfico el análisis matemático verá alterado radicalmente su papel en la formación matemática.

Por otra parte, no es difícil predecir que otros apartados como la Probabilidad o la Geometría básica apenas si resultarán modificados ya que su soporte didáctico no es ni numérico ni gráfico.

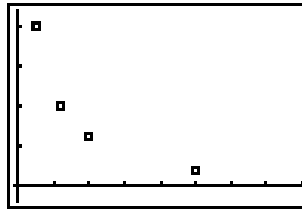
## **BIBLIOGRAFÍA**

- Demana, F. y Waits, B. (1992) A computer for all students. *Mathematics Teachers*, vol 85, núm 2, pp 94-95. N.C.T.M. Reston. Virginia.
- García, F.J. (1994). Funciones de la calculadora gráfica. *Revista Uno*, núm 2. pp. 103-108. Ed Graó. Barcelona
- Mora, J.A. Calculadoras. Proyecto Sur. Granada. En prensa.

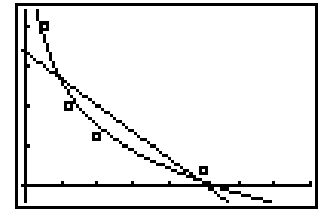
## RELACIÓN DE FIGURAS INSERTADAS

L1	L2	L3
50	20	
120	10	
200	6	
500	2	
-----		
L1(1)=50		

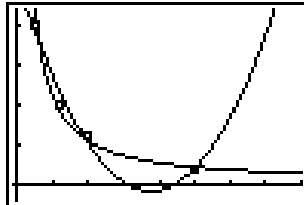
AUREG1.TIF Fig1



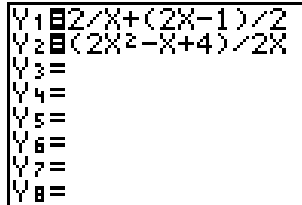
AUREG2.TIF Fig 2



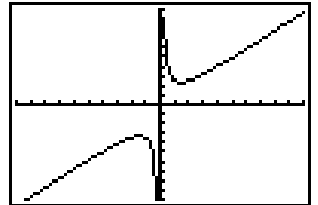
AUREG4.TIF Fig.3



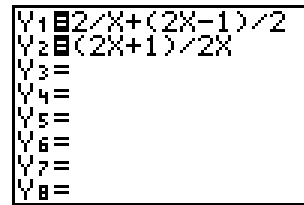
AUREG5.TIF Fig.4



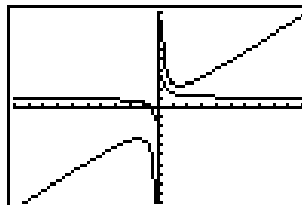
AUALG1.TIF Fig5



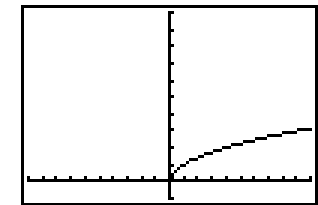
AUALG2.TIF Fig 6



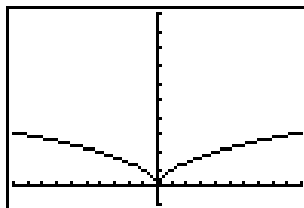
AUALG3.TIF Fig7



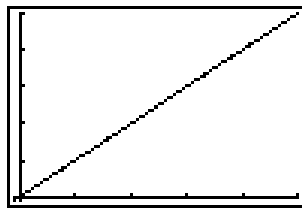
AUALG4.TIF Fig 8



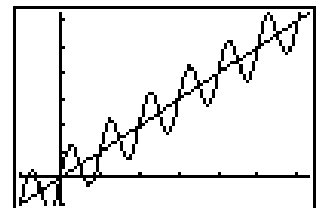
AUALG6.TIF Fig 9



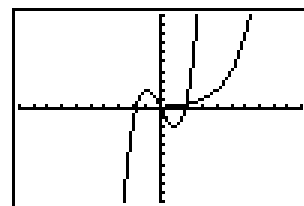
AUALG8.TIF Fig 10



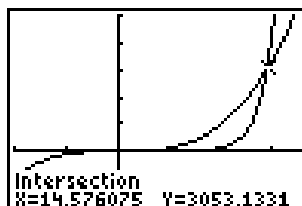
AUALG9B.TIF Fig 11



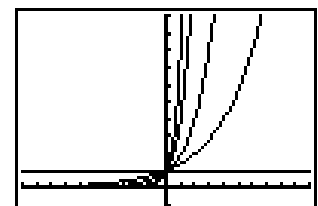
AUALG9C.TIF Fig 12



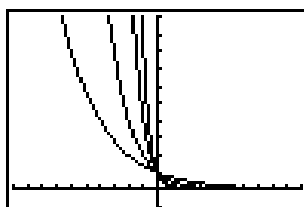
AUANAL2.TIF Fig13



AUANAL3.TIF Fig 14



AUANAL5.TIF Fig 15



AUANAL6.TIF Fig 16

Relación de Figuras insertadas:

Página	Figuras
7	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8
8	9, 10, 11, 12 y 13
9	14, 15 y 16

A las pantallas de la calculadora se les ha dado el nombre del fichero (extensión .TIF) creado por el programa LINK de la TI82